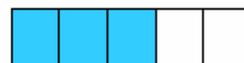


Tema 4. Fracciones (I)

Resumen

Una fracción suele considerarse como “la parte de un todo” que ha sido dividido en porciones iguales. Así, $\frac{3}{5}$ indica que se toman 3

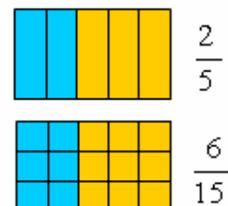


trozos de algo que se dividido en 5 trozos iguales. Es la parte coloreada en la figura.

El número de arriba se llama **numerador** e indica el número de partes que se toman; el número de abajo se llama **denominador**, e indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.

- Para otras interpretaciones, véase, en esta web, [los Conceptos Básicos del Tema 7 de 1º de ESO](#).

Dos fracciones son equivalentes cuando valen lo mismo. Así, $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$.



Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y denominador de la fracción dada por un mismo

número distinto de cero. Esto es: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b : n}$

Simplificar una fracción consiste en igualarla con otra cuyos términos sean más sencillos. Para ello se dividen los dos términos entre el mismo número. Una fracción que no se puede simplificar se llama **irreducible**.

Ejemplos: a) $\frac{24}{36} = \left(\frac{24 : 2}{36 : 2}\right) = \frac{12}{18} = \left(\frac{12 : 6}{18 : 6}\right) = \frac{2}{3}$ b) $\frac{375}{1000} = [: 25] = \frac{15}{40} = [: 5] = \frac{3}{8}$.

Reducción de dos o más fracciones a común denominador

Para reducir fracciones a común denominador se halla un número que sea múltiplo de los denominadores; a continuación se buscan fracciones equivalentes a las dadas pero con ese denominador común.

Un denominador común se obtiene multiplicando los denominadores de todas las fracciones.

- Aunque sea más costoso, se prefiere hallar fracciones con el menor denominador común, que se obtiene calculado el **mínimo común múltiplo de los denominadores**.

Ejemplo: Dadas las fracciones $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{12}$, las equivalentes a ellas con el mismo denominador

son, respectivamente, $\frac{3 \cdot 12}{8 \cdot 12}$ y $\frac{7 \cdot 8}{12 \cdot 8}$. Esto es: $\frac{36}{96}$ y $\frac{56}{96}$.

- Si optamos por hallar el **mínimo común múltiplo** de los denominadores, $mcm(8, 12) = 24$, las fracciones obtenidas serán: $\frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3}$ y $\frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2}$. Esto es: $\frac{9}{24}$ y $\frac{14}{24}$. (Como el denominador 8 se multiplica por 3, $24 = 8 \cdot 3$, también debe multiplicarse por 3 el numerador correspondiente. Igualmente, como el denominador 12 se ha multiplicado por 2, $24 = 12 \cdot 2$, también su numerador, 7, debe multiplicarse por 2.)

Suma y resta de fracciones

- Si las fracciones tienen el **mismo denominador**: la fracción suma o resta es la que tiene por numerador la suma o resta de los numeradores y por denominador el común.

Ejemplo: a) $\frac{4}{15} - \frac{7}{15} + \frac{8}{15} = \frac{4 - 7 + 8}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{9} + \frac{5}{9} - \frac{12}{9} = \frac{4 + 5 - 12}{9} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$

- Si las fracciones tienen **distinto denominador**: se reducen a común denominador y se procede como antes.

Ejemplo: a) $\frac{13}{9} + \frac{5}{12} = \frac{52}{36} + \frac{15}{36} = \frac{52 + 15}{36} = \frac{67}{36}$ b) $\frac{7}{15} - \frac{4}{9} = \frac{21}{45} - \frac{20}{45} = \frac{21 - 20}{45} = \frac{1}{45}$

Suma o resta de números enteros y fracciones

Si escribimos el número como una fracción con denominador 1, la operación se reduce a alguna de las anteriores. También puede aplicarse directamente las fórmulas:

$$a \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm c}{d}; \quad \frac{a}{b} \pm c = \frac{a \pm cb}{b}$$

Ejemplos: a) $3 + \frac{4}{15} = \frac{3}{1} + \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 15 + 4}{15} = \frac{49}{15}$ b) $4 - \frac{3}{7} = \frac{4}{1} - \frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 7 - 3}{7} = \frac{25}{7}$
 a) $\frac{4}{7} + 2 = \frac{4}{7} + \frac{2}{1} = \frac{4 + 2 \cdot 7}{7} = \frac{18}{7}$ b) $\frac{3}{8} - 5 = \frac{3}{8} - \frac{5}{1} = \frac{3 - 5 \cdot 8}{8} = \frac{-37}{8}$

Multiplicación de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto de los numeradores y como

denominador, el producto de los denominadores. Esto es: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Ejemplo: a) $\frac{4}{7} \cdot \frac{(-5)}{12} = \frac{4 \cdot (-5)}{7 \cdot 12} = \frac{-20}{84} = -\frac{5}{21}$ b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{10} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 10} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

Multiplicación de un número entero por una fracción

La fracción resultante tiene como numerador el producto del número por el numerador; el

denominador será el mismo. Esto es: $a \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{d}$ y $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$

Ejemplos: a) $7 \cdot \frac{5}{11} = \frac{7 \cdot 5}{11} = \frac{35}{11}$ b) $\frac{3}{14} \cdot 6 = \frac{3 \cdot 6}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7}$

División de fracciones

La fracción resultante tiene como numerador el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda, y como denominador, el producto del denominador de la primera

por el numerador de la segunda. Esto es, sus términos se multiplican en cruz $\rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Ejemplos: a) $\frac{6}{7} : \frac{3}{9} = \frac{6 \cdot 9}{7 \cdot 3} = \frac{54}{21} = \frac{18}{7}$ b) $\frac{3}{11} : \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{3}{11} : \frac{(-6)}{7} = \frac{3 \cdot 7}{11 \cdot (-6)} = \frac{21}{-66} = -\frac{7}{22}$

División de un número entero por una fracción y de una fracción por un número entero

Escribiendo el número entero como una fracción con denominador 1 la operación se hace

como se ha indicado en general. Esto es: $a : \frac{c}{d} = \frac{a}{1} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{c}$; $\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b \cdot c}$

Ejemplos: a) $4 : \frac{5}{7} = \frac{4}{1} : \frac{5}{7} = \frac{28}{5}$ b) $\frac{3}{8} : (-2) = \frac{3}{8} : \frac{(-2)}{1} = \frac{3}{8 \cdot (-2)} = \frac{3}{-16} = -\frac{3}{16}$

Prioridad de operaciones y uso de paréntesis

Cuando las operaciones aparecen combinadas, primero se resuelven los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones; por último, las sumas y restas.

Ejemplos: a) $\frac{9}{20} - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) = \frac{9}{20} - \left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(\frac{15}{20} + \frac{4}{20}\right) = \frac{9}{20} - \frac{1}{9} \cdot \frac{19}{20} = \frac{9}{20} - \frac{19}{180} = \frac{81}{180} - \frac{19}{180} = \frac{62}{180} = \frac{31}{90}$
 b) $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3}{36} - \frac{1}{5} = \frac{15}{180} - \frac{36}{180} = \frac{-21}{180} = -\frac{7}{60}$